

# Labomath : Reasonner juste !

La logique mathématique est une partie importante des compétences que doit acquérir un bon scientifique au long de sa scolarité.

Voici quelques bons réflexes :

- Il faut bien distinguer « il faut » et « il suffit ».
- « Pour qu'une proposition  $p$  soit vraie, il faut que  $q$  soit vraie » signifie que  $p$  entraîne  $q$  ;
- « Pour qu'une proposition  $p$  soit vraie, il suffit que  $q$  soit vraie » signifie que  $q$  entraîne  $p$ .
- Si la conclusion d'un raisonnement compliqué est fautive (par exemple  $\sqrt{2}$  rationnel), inutile de lire le détail, le raisonnement est faux !

Vous pourrez chercher pourquoi en dehors du temps limité du concours.

- Dans le cas de l'affirmation d'une propriété générale, un exemple peut être utile pour comprendre, mais ne prouve rien, un contre-exemple prouve que la propriété générale est fautive.

## Exercice 1 (Vrai ou faux) ESIEE 2007

Soit  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  trois ensembles non vides de réels. Sachant que :

- aucun élément de  $X$  n'est négatif ;
- aucun élément de  $Y$  n'admet de racine carrée réelle ;
- tout élément de  $Z$  est supérieur ou égal à 1 ;

on peut en déduire :

- Aucun élément de  $X$  n'appartient à  $Y$ .
- Aucun élément de  $Z$  n'appartient à  $Y$ .
- Tout réel qui n'appartient pas à  $Y$  appartient à  $X$ .
- Pour qu'un réel appartienne à  $X$  et à  $Z$ , il faut qu'il soit positif.
- Pour qu'un réel appartienne à  $X$  et à  $Z$ , il suffit qu'il soit supérieur ou égal à 1.

## Exercice 2 (Vrai ou faux) ESIEE 2007

On considère six plaques numérotées de 1 à 6. Chacune des deux faces est peinte d'une seule couleur choisie parmi les quatre couleurs suivantes : Noire, Rouge, Vert et Jaune (respectivement notées sur le dessin  $N$ ,  $R$ ,  $V$  et  $J$ ).

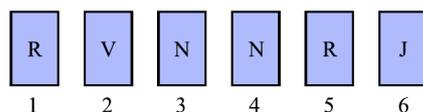


Figure 1.1

On dispose ces six plaques sur une table (une seule face est donc apparente).

On peut retourner une ou plusieurs plaques, et dans ce dernier cas les plaques sont retournées simultanément.

On considère les énoncés :

$P$  : Si une plaque a une face rouge, alors son autre face est verte.

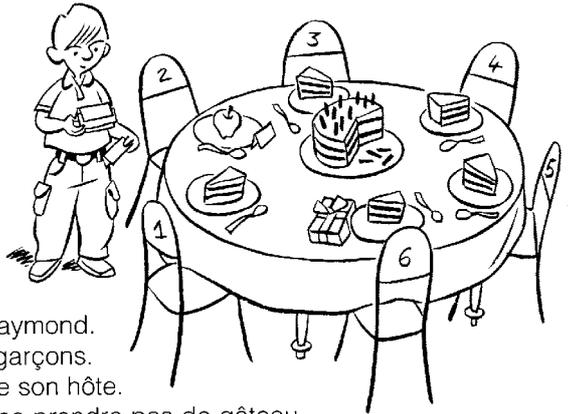
$Q$  : Pour qu'une plaque ait une face noire, il suffit qu'elle ait une face jaune.

- Pour savoir si  $P$  est vrai, il suffit de retourner les plaques 1,2,5.
- Pour savoir si  $P$  est vrai, il faut retourner les plaques 1,2,5.
- Pour savoir si  $P$  est vrai, il faut retourner les plaques 1,3,4,5,6.
- Pour savoir si  $Q$  est vrai, il faut retourner la plaque 6.
- Pour savoir si  $Q$  est vrai, il suffit de retourner la plaque 6.

### Exercice 3 : Anniversaire !



Raymond fête son dixième anniversaire. Il a invité ses meilleurs amis et amies. La table est prête qui accueillera les invités après les jeux :



#### Qui va s'asseoir où ?

1. Thérèse se met à côté de Raymond.
2. Grace se place entre deux garçons.
3. Bertrand s'assied en face de son hôte.
4. Delphine qui est au régime ne prendra pas de gâteau.
5. Thérèse ne s'assoit pas en face de Delphine.
6. Fabrice a offert un beau livre à son voisin.

### Exercice 4 : Les purs et les pires-1

Sur l'Île des Pires et des Purs, les Pires mentent toujours et les Purs disent toujours la vérité.

Avec votre logique, vous avez toutes les cartes en main.  
Soient deux habitants de cette Île, Mormoi et Mormoipa.

Mormoi affirme "Au moins l'un de nous deux est un Pire."  
Que sont Mormoi et Mormoipa ?

### Exercice 5 : Les purs et les pires-1

Mormoi dit : "Je suis un Pire ou Mormoipa est un Pur."

### Exercice 6 : l'énigme d'Einstein !

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes, alignées le long d'une route. Dans chacune de ces maisons vit une personne de nationalité différente. Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume une marque de cigare différente et a un animal domestique différent.

1. Le Britannique vit dans la maison rouge.
2. Le Suédois a des chiens.
3. Le Danois boit du thé
4. La maison verte est directement à gauche de la maison blanche.
5. Le propriétaire de la maison verte boit du café
6. La personne qui fume des pall mall élève des oiseaux.
7. Le propriétaire de la maison jaune fume des dunhill.
8. La personne qui vit dans la maison du centre boit du lait.
9. Le Norvégien habite dans la première maison.
10. L'homme qui fume des blend vit à côté de celui qui a des chats.
11. L'homme qui a un cheval est le voisin de celui qui fume des dunhill.
12. Celui qui fume des bluemaster boit de la bière.
13. L'Allemand fume des prince.
14. Le Norvégien vit juste à côté de la maison bleue.
15. L'homme qui fume des blend a un voisin qui boit de l'eau.

Question : qui a le poisson ?