

Problème 8 : BLACK JACK

JeanDuSud, Castelnaudary

Résumé :

Nous avons étudié en majeure partie la question 1, en obliant toute notion de hasard et de probabilité, pour se concentrer sur la stratégie. C'est pourquoi il ne figure pas d'outil mathématique dans la solution. Les réponses se basent donc sur de la logique, l'observation et l'étude de cas par cas. Dans le cadre de la question 2, nous avons déterminé les intervalles dans lesquelles doivent se trouver n et K pour permettre de jouer ou même pour avoir la certitude qu'il y aura un gagnant. La stratégie n'a pas pu être déterminée pour la question 2. Et les questions 3, 4, 5 n'ont pas été traitées.

Question 1 :

Pour une meilleure démonstration, nous allons d'abord présenter notre réponse avec la règle *B* :

Lorsque Jules (que nous appellerons J1) joue en premier, 10 cas se présentent. Nous avons répertorié pour chacun d'entre eux, la suite de carte stratégique que doit prendre Jim (J2) pour réussir à gagner :

Si J1 joue **10** :

J2 doit contrer avec les cartes 1 2 3 4 et 5, de cette façon : J1 terminera son tour dès sa prochaine carte : la plus petite (**6**) le fait dépasser et la plus grande (**9**) est trop petite pour atteindre les 21. Par contre n'importe quelle carte fera gagner J2.

(Si J1 et J2 utilisent la règle A, alors seule la carte 6 fera gagner J2, et J1 ne pourra pas gagner. Il prendra donc la carte 6 pour que le jeu finisse sur une égalité)

Si J1 joue **9** :

J2 prend 1 2 3 puis 5 : la encore J1 ne peut pas gagner en 1 carte et ne peut en prendre qu'une seule pour ce tour. De plus J2 gagne avec **10**. Si J1 prend une autre carte que **10**, alors J2 gagne au prochain tour. Et si J1 prend le **10**, alors J2 prendra **4**, puis **6**.

(Il est à noter que cette méthode marche également pour la règle A, puisque J2 arrive à 21 exactement)

Si J1 joue **8** :

J2 joue de la même façon que le cas précédent, il sera alors à 11 et J2 dépassera même avec la plus petite carte, en arrivant ainsi à 12. La stratégie est donc la même.

(Encore une fois, le jeu se déroule de la même façon avec la règle A)

Si J1 joue 7 :

J2 choisi 1 4 et 6 : de cette façon, la carte 10 le fait gagner, et J1 ne peut pas gagner sur ce tour. Il arrive au maximum à 20 avec 3 et 10. Même si J1 prend le 10, J2 prend ensuite plusieurs cartes jusqu'à arriver à 21 ou plus.

(Dans ce cas de figure, J1 doit prendre 2 puis 10, J2 n'aura plus la possibilité d'arriver à 21 exactement. La partie finira non pas sur une défaite de J1 mais sur une égalité.)

Si J1 joue 6 :

J2 prend alors 1 2 3 et 5 : encore une fois la carte 10 le fait gagner et J1 arrivera au maximum à 20 avec 4 et 10, et J2 aura toujours la possibilité de faire plus de 21 avec les cartes restantes.

(Avec la règle A, il n'y aura pas de gagnant)

Si J1 joue 5 :

J2 joue 1 4 6 : La méthode présente ici est la même que pour les cas précédents.

(J1 peut jouer 2 3 10 pour empêcher J2 de gagner avec la règle A)

Si J1 joue 4 :

J2 choisi 1 2 3 : J1 ne peut pas finir sur ce tour. Si il choisi la carte 10, J2 jouera 6 9 et gagnera. Si il choisi 7, 8 ou 9, J2 jouera 5 10 et gagnera. Si il choisi 6, J2 jouera 5, on se retrouve alors dans le cas où J1 est à 10 et J2 à 11. J2 utilisera la même méthode que vue précédemment pour gagner. Et enfin si J1 choisi le 5, J2 prend la carte 6 et à ce moment, 2 cartes le font gagner (9 et 10) et J1 ne peut prendre qu'une carte et ne peut pas gagner sur ce tour.

(Ici, lorsque il s'agit de la règle A, J1 doit prendre le 5 ou le 6 et il aura par la suite plusieurs occasion d'empêcher J2 de gagner, sans gagner lui même)

Si J1 joue **3** :

J2 riposte avec 1 4 : Si J1 prend ensuite **10**, J2 gagne avec **7 9**. Si J1 joue **8** ou **9**, J2 gagne avec **6 10**. Si J1 prend le **7**, J2 prend le **6** et on se retrouve encore dans la situation où J1 a 10 et J2 a 11 (J2 est alors gagnant). Si J1 prend le **6**, J2 prend **2 5** et peut ainsi gagner de 2 façon, et J1 ne peut ni gagner, ni bloquer ces deux cas. Si J1 prend le **5**, J2 choisi le **6** on se retrouve alors dans une configuration déjà vue (**1 4 6** est la méthode pour contrer le **5** (voir plus haut)). Et enfin, si J1 choisi le **2**, il peut rejouer :

Si il prend le **10**, J2 gagne avec **7 9**. Si il prend **7**, **8** ou **9**, J2 gagne avec **6 10**, si il prend le **6**, J2 prend le **10** et on se trouve dans le cas où J1 ne peut pas finir sur ce tour, mais J2 peut au coup d'après. Et pour finir, la dernière possibilité, si il prend le **5**, J2 doit jouer le **6**, et il s'agit encore une fois de la situation J1 = 10 et J2 = 11 où J2 va gagner.

(Pour la règle A, J1 peut tout le temps contrer, en prenant le 7, puis au tour suivant, le 10, et J2 ne pourra arriver à 21)

Si J1 joue le **2** :

J2 doit prendre 1 4 : Si J1 prend **10**, J2 gagne avec **7 9**. Si J1 prend **9**, J2 gagne avec **6 10**. Si J1 prend **8**, J2 joue le **6** et on se retrouve dans le cas J1 a 10 et J2 a 11, où J2 gagne. Si J1 prend **7**, J2 prend **6**, il gagnera au prochain tour avec **10** (si J1 a pris le **10**, J2 prendra d'autres cartes pour dépasser 21). Si J1 choisi le **6**, J2 doit prendre **3 5**, il aura alors 3 façons de gagner, et J1 ne peut ni gagner, ni jouer plusieurs cartes. Si J1 joue le **5**, J2 joue le **6**, le **10** le fait ainsi gagner, et J1 ne peut pas finir, et si il prend le **10**, J2 peut gagner avec les cartes restantes. Et enfin, le dernier cas, si J1 prend le **3**, il peut ensuite rejouer :

Si il choisi le **10**, J2 gagne avec **7 9**. Si il choisi **7**, **8** ou **9**, J2 gagne avec **6 10**. Si il joue le **6**, J2 riposte avec **10**, J1 ne peut pas gagner en un coup, ni prendre plusieurs carte, et J2 a 3 façon de gagner. Pour finir, si J1 joue le **5**, J2 doit prendre **6**, on se retrouve dans la configuration de J1 10 et J2 11.

(Avec la règle A, J1 peut très souvent bloquer J2 pour une partie à égalité.)

On s'aperçoit que le J2 gagne à chaque fois avec une combinaison contenant le 1. Si J1 joue le 1, il est donc sûr de gagner. Par exemple, si :

J2 riposte 10, J1 prend 2 3 4 5 et on se retrouve dans la première configuration que l'on a vu, avec J1 à la place de J2.

Si J2 riposte un 5, J1 joue 4 6 pour se retrouver dans une situation vue au dessus.

C'est pourquoi, si J1 joue 1, il est sûr de gagner avec la règle B.

La stratégie est de jouer 1.

Dans la cas de la règle A, les joueurs pourront toujours bloquer l'adversaire pour finir non pas sur une défaite, mais sur une égalité.

Il n'y a pas de stratégie pour la règle A.

Question 2 :

Pour pouvoir jouer, il faut que la somme des cartes soit supérieure à K , c'est à dire : $n < K < \frac{n(n+1)}{2}$

De plus pour être sûr qu'il y ait un gagnant il faut que la somme des cartes soit supérieur ou égale à $2K-1$, par exemple :

Pour $K= 30$, il faut que la somme des cartes ne soit pas plus petite que $30 + 29 = 59$ pour qu'il puisse y avoir un gagnant. Sinon on pourrait se retrouver dans la situation où les deux joueurs ont 29 et qu'il n'y a pas de gagnant.

Autrement dit : K ne doit pas dépasser 2 fois la somme des cartes : $K \leq \frac{n(n+1)}{4}$

Si le résultat est un chiffre à virgule, il faut l'arrondir à l'entier supérieur.

On aura alors $n < K \leq \frac{n(n+1)}{4}$ Pour qu'il y ait forcément un gagnant (avec la règle B).

Nous avons commencé à étudier les cas les plus simple où $K = n+1$ et $K = n+2$

Il y apparait clairement que J1 gagne :

Avec $K = n+1$, J1 doit jouer **1** (avec $n > 4$) et pour $K = n+2$, J1 doit jouer **2** (avec $n > 6$)